

ポイント ① 2次方程式とその解

- 2次方程式…整理すると $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c は定数, $a \neq 0$)の形で表される方程式を, x についての2次方程式という。

例 $x^2+2x+1=0, x^2+4x=0, 3x^2=5$ など。

- 2次方程式の解…2次方程式を成り立たせる文字の値を, その2次方程式の解といい, 解をすべて求めることを, 2次方程式を解くという。2次方程式の解は最大2つある。

確認問題 ① 次の問いに答えなさい。

□(1) 次のの中から2次方程式であるものをすべて選び, 記号で答えなさい。

ア $x^2=4x$

イ $2x-4=5x$

ウ $(x+4)(x-4)=9$

エ $6x-x^2=9$

オ $x^2=(x+2)(x-3)$

カ $(2x-1)(x-2)=3x^2$

[]

□(2) 次の2次方程式のうち, $x=-3$ を解にもつものをすべて選び, 記号で答えなさい。

ア $x^2-9=0$

イ $x^2=3x$

ウ $(x+3)(x-3)=0$

エ $x^2-3x+2=0$

オ $(x+3)^2=1$

カ $(x-2)^2=25$

[]

ポイント ② 平方根を利用する解法(1)

例 (1) $3x^2=48$

$x^2=16$

$x=\pm 4$

(2) $2x^2=15$

$x^2=\frac{15}{2}$

$x=\pm\sqrt{\frac{15}{2}}$

$x=\pm\frac{\sqrt{30}}{2}$

2次方程式 $ax^2=b$ の解の求め方

$ax^2=b$

$x^2=\frac{b}{a}$

$x=\pm\sqrt{\frac{b}{a}}$

$x=\pm\frac{\sqrt{ab}}{a}$

平方根

確認問題 ② 次の2次方程式を解きなさい。

□(1) $x^2=25$

□(2) $x^2=64$

□(3) $x^2=49$

[]

[]

[]

□(4) $x^2=11$

□(5) $x^2=18$

□(6) $x^2=20$

[]

[]

[]

□(7) $2x^2=18$

□(8) $3x^2=12$

□(9) $5x^2=35$

[]

[]

[]

□(10) $x^2-36=0$

□(11) $x^2-5=0$

□(12) $2x^2-8=0$

[]

[]

[]

ポイント 3 平方根を利用する解法(2)

例 (1) $(x-3)^2=7$
 $x-3=\pm\sqrt{7}$
 $x=3\pm\sqrt{7}$

(2) $2(x+6)^2=50$
 $(x+6)^2=25$
 $x+6=\pm 5$
 $x=-6\pm 5$
 $x=-1, -11$

2次方程式 $(x+m)^2=n$ の解の求め方

$(x+m)^2=n$
 $x+m=\pm\sqrt{n}$ ← 平方根
 $x=-m\pm\sqrt{n}$

確認問題 3 次の2次方程式を解きなさい。

□(1) $(x+1)^2=13$

□(2) $(x-5)^2=3$

□(3) $2(x+2)^2=18$

□(4) $(x-3)^2-2=0$

□(5) $(x+4)^2-36=0$

□(6) $(x-9)^2-100=0$

□(7) $3(x-4)^2-36=0$

□(8) $4(x+2)^2-100=0$

□(9) $5(x-10)^2-20=0$

ポイント 4 2次方程式の解の公式

例 (1) $x^2+5x-1=0$

解の公式に, $a=1, b=5, c=-1$ を代入
 $\rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$
 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{29}}{2}$

(2) $2x^2-6x+3=0$

解の公式に, $a=2, b=-6, c=3$ を代入
 $\rightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2}$
 $x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4}$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$ ← 約分

2次方程式の解の公式

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解
 $\rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

確認問題 4 次の2次方程式を, 解の公式を使って解きなさい。

□(1) $x^2+5x+1=0$

□(2) $x^2+7x-3=0$

□(3) $x^2-3x-5=0$

□(4) $x^2+4x+1=0$

□(5) $x^2-6x+7=0$

□(6) $x^2+2x-10=0$

□(7) $2x^2+3x-4=0$

□(8) $2x^2+6x-3=0$

□(9) $3x^2-5x-2=0$

ポイント 5 因数分解を利用する解法

例 (1) $x^2 - 6x = 0$

$x(x-6) = 0$

$x = 0, 6$

(3) $x^2 + 8x + 16 = 0$

$(x+4)^2 = 0$

$x = -4$

(2) $x^2 - 3x - 40 = 0$

$(x+5)(x-8) = 0$

$x = -5, 8$

因数分解を利用する解の求め方

$x^2 + px + q = 0$
 $(x+a)(x+b) = 0$ ← 因数分解
 $\rightarrow x+a=0$, または, $x+b=0$
 $\rightarrow x = -a, -b$

確認問題 5 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 + 2x = 0$

(2) $x^2 = 8x$

(3) $3x^2 - 27x = 0$

(4) $x^2 - 6x + 8 = 0$

(5) $x^2 + 7x + 12 = 0$

(6) $x^2 + 10x + 21 = 0$

(7) $x^2 - 4x - 32 = 0$

(8) $x^2 + 6x - 16 = 0$

(9) $x^2 - 5x - 14 = 0$

(10) $x^2 - 12x + 36 = 0$

(11) $x^2 + 18x + 81 = 0$

(12) $x^2 - 20x + 100 = 0$

ポイント 6 2次方程式の解と定数

例題 x についての2次方程式 $x^2 + ax - 30 = 0$ の1つの解が $x = 5$ であるとき, a の値ともう1つの解を求めなさい。

解法 $x^2 + ax - 30 = 0$ に $x = 5$ を代入すると, $5^2 + 5a - 30 = 0 \rightarrow 25 + 5a - 30 = 0 \rightarrow a = 1$

$x^2 + ax - 30 = 0$ に $a = 1$ を代入すると, $x^2 + x - 30 = 0 \rightarrow (x+6)(x-5) = 0 \rightarrow x = -6, 5$

よって, もう1つの解は, $x = -6$

確認問題 6 次の問いに答えなさい。

(1) x についての2次方程式 $x^2 - ax + 12 = 0$ の1つの解が $x = 3$ であるとき, a の値ともう1つの解を求めなさい。

[] []

(2) x についての2次方程式 $x^2 + ax - 4a = 0$ の1つの解が $x = 2$ であるとき, a の値ともう1つの解を求めなさい。

[] []

練成問題

1 次の2次方程式を解きなさい。

□(1) $x^2=16$

□(2) $x^2-100=0$

□(3) $x^2=\frac{1}{4}$

{ }

{ }

{ }

□(4) $(x+2)^2=17$

□(5) $(x+5)^2-16=0$

□(6) $2(x-1)^2-98=0$

{ }

{ }

{ }

□(7) $x^2-3x-7=0$

□(8) $x^2+9x+9=0$

□(9) $x^2+15x+25=0$

{ }

{ }

{ }

□(10) $3x^2-7x-1=0$

□(11) $2x^2-5x+1=0$

□(12) $4x^2-11x+3=0$

{ }

{ }

{ }

□(13) $x^2-2x-4=0$

□(14) $x^2+6x+4=0$

□(15) $2x^2+10x+7=0$

{ }

{ }

{ }

□(16) $x^2+3x=0$

□(17) $4x^2=28x$

□(18) $x^2-9x+20=0$

{ }

{ }

{ }

□(19) $x^2+8x+15=0$

□(20) $x^2-16x+64=0$

□(21) $x^2+14x+49=0$

{ }

{ }

{ }

□(22) $x^2+10x=-25$

□(23) $6x+16=x^2$

□(24) $2x^2-2x-18=x^2-9x$

{ }

{ }

{ }

2 次の問いに答えなさい。

□(1) x についての2次方程式 $x^2+ax+16=0$ の1つの解が $x=-2$ であるとき、 a の値ともう1つの解を求めなさい。

{ }

□(2) x についての2次方程式 $x^2+2ax+4a+8=0$ の1つの解が $x=4$ であるとき、 a の値ともう1つの解を求めなさい。

{ }

□(3) x についての2次方程式 $x^2+ax+25=0$ の解が1つしかないのは、 a の値がいくつのときか。すべて答えなさい。

{ }